

Halandósági táblák előrejelzése és szimulációja

Arató N.M., Bozsó D., Elek P.,
Rakonczi P., Zempléni A.

XVI. Altenburger Gyula Szimpózium
2006. május 25.

Tartalom

Hasonló halandósági tábla keresése

Az "analóg" tábla fejlődése

Halandósági forgatókönyvek szimulálása

Alkalmazási területek

Kellően nagyszámú adat áll rendelkezésre (pl. néphalandóság). Ekkor a módszer egy egyszerű kiegészítése lehet más – jóval összetettebb – modelleknek.

Az adatok hiányosak. Nyugdíjpénztáraknál, biztosítóknál egyes életkorokról nincs adat. Ekkor modellünk segítséget nyújthat pl. az életjáradékok modellezésénél.

Hasonlósági mérőszámok

(1)-es mérőszám

$$QDEV = \sum_{i=K}^N \frac{T_i (q_{i1} - q_{i0})^2}{365 \cdot q_{i0}}$$

Saját tapasztalat: q_0 tábla, elemei a q_{i0} becslött valószínűségek, T_i az i -edik korcsoport kockázatban töltött ideje.

Keresett: q_1 tábla, elemei a q_{i1} -ek.

(1)-es összegben a súlyok reciprokai a q_{i0} becslések becslött szórásnégyzetének:

$$\frac{365 \cdot q_{i0}}{T_i}$$

Így $QDEV$ határeloszlása $N-K+1$ szabadságfokú χ^2 -négyzet.

A/E statisztika

$$A/E = 100 \cdot \frac{\sum_{i=K}^N l_{i0} q_{i1}}{\sum_{i=K}^N l_{i0} q_{i0}}$$

$l_{K0} = 1$, l_{i0} -akat q_{i0} -akból határozzuk meg.

Laspeyres index

Várható hátralévő élettartam

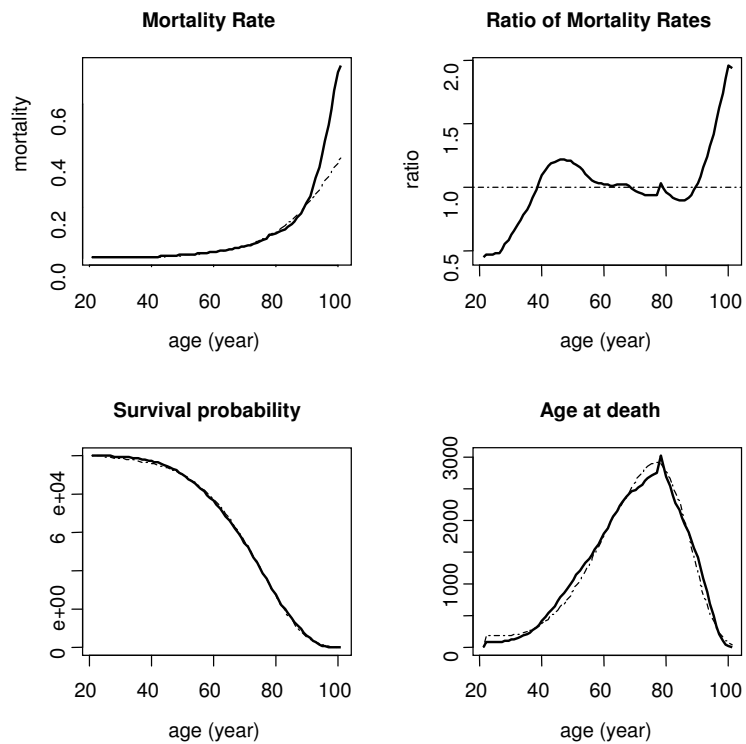
$$ERL = 100 \cdot \frac{\sum_{i=K}^N l_{i1} - 0.5}{\sum_{i=K}^N l_{i0} - 0.5}$$

$$l_{K0} = l_{K1} = 1$$

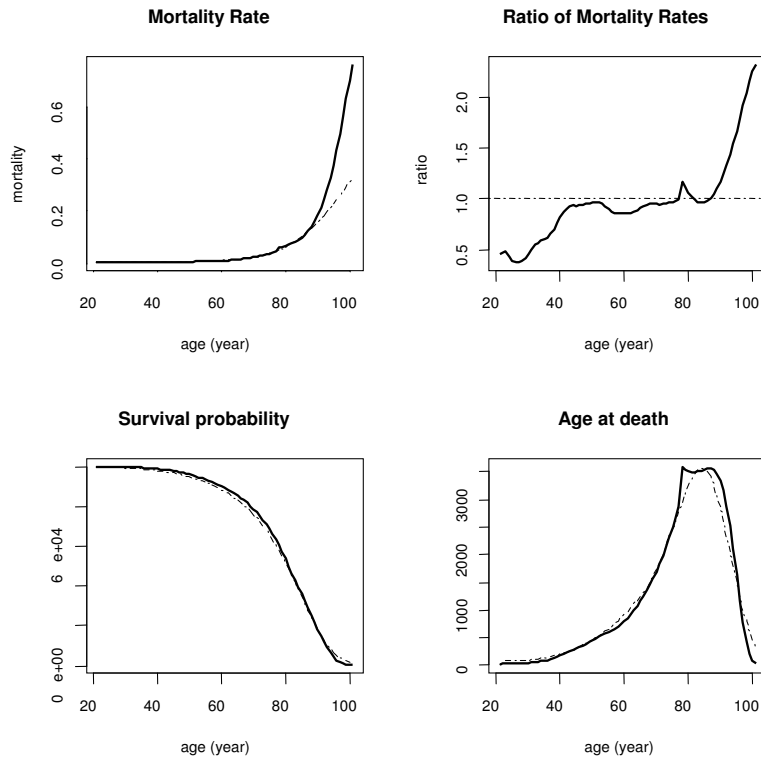
Jelenérték index

$$PV = 100 \cdot \frac{\sum_{i=K}^N d^{i-K} l_{i1}}{\sum_{i=K}^N d^{i-K} l_{i0}}$$

Magyar (2000) és USA (1950) férfi halandóság



Magyar (2000) és USA (1970) női halandóság



Tesztek

QDEV	AE	ERL	PV1	PV2	PV3
185019.75	95.64	98.70	97.86	99.70	100.50

QDEV	AE	ERL	PV1	PV2	PV3
754225.72	111.09	107.26	107.77	107.65	105.93

Quantiles	0.005	0.05	0.95	0.995
QDEV	20.95	26.81	55.58	66.08
AE	98.10	98.77	101.21	101.92
ERL	99.76	99.85	100.15	100.23
PV	99.80	99.87	100.12	100.19

Azbel modell

$$q_x = Ab \exp[b(x - X)]$$

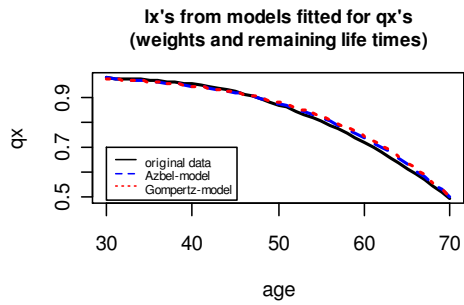
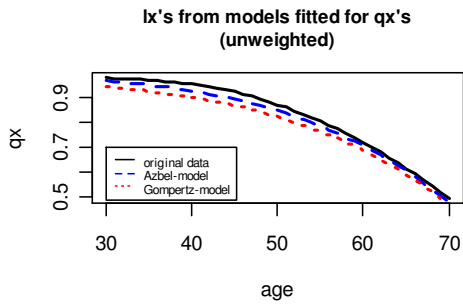
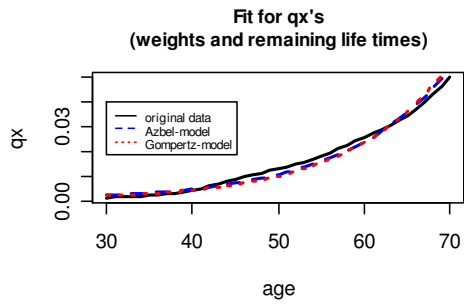
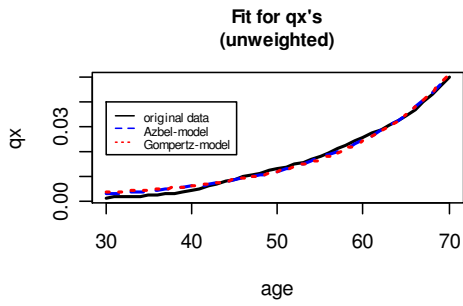
$$T = X - \frac{1}{b} \ln(Ab)$$

$$q_x = \exp(b(x - T))$$

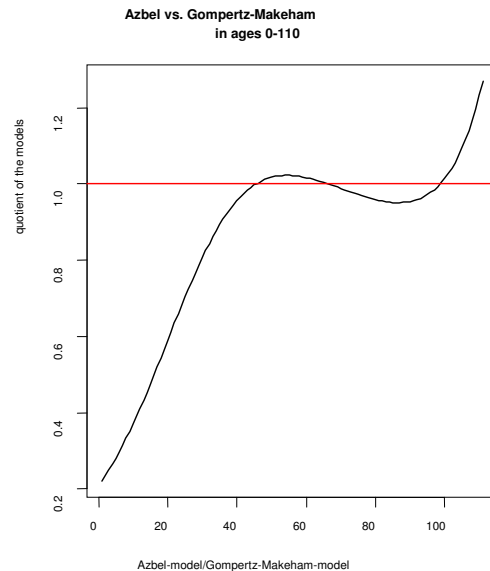
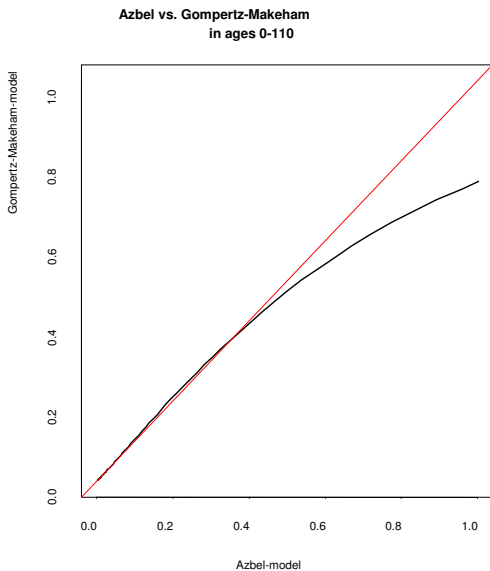
Azbel model



Azbel modell illeszkedése



Azbel és Gompertz-Makeham



Táblák előrejelzése

Analóg tábla későbbi fejlődésével

Más előrejelzési módszer segítségével (pl. Lee-Carter)

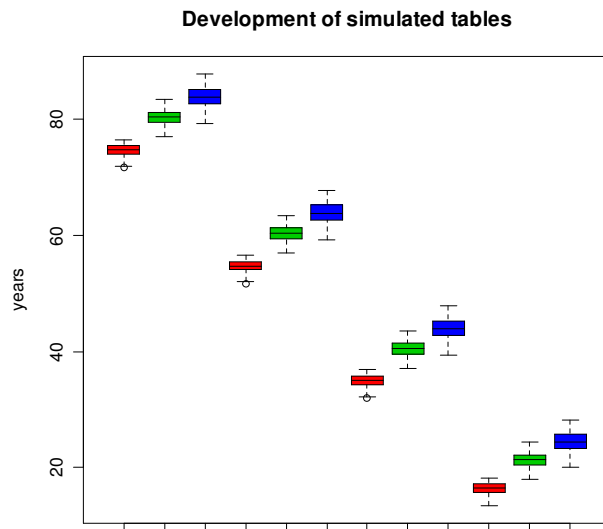
Ezekből az előrejelzésekből számított
Azbel paramétereket tekintjük a
paraméterek várható értékének

Véletlen modell

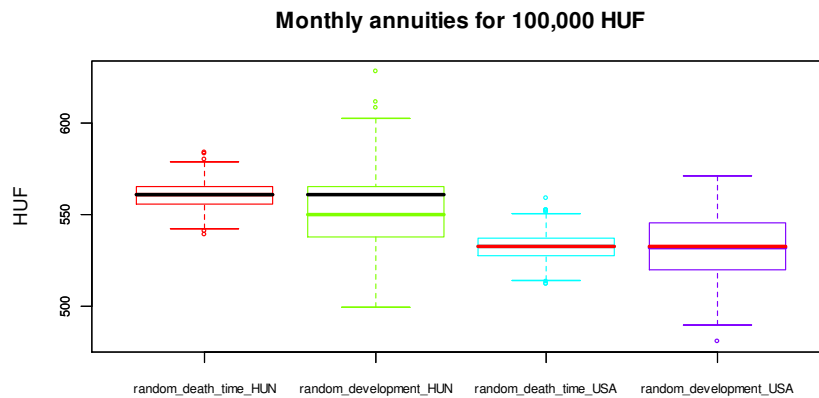
$$\theta_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \alpha \varepsilon_{t-1} + \sqrt{\sigma_t^2 - \alpha^2 \sigma_{t-1}^2} \eta_t$$

Várható hátralévő élettartam 100 szimulációból 0, 20, 40, 60 évesekre



2000 férfi, 62 éves járadékos, 100-100 E Ft-os tőkével /100 generált halandósági tábla, 1000 halálzási forgatókönyv/



Irodalom

[1] <http://www.soa.org/ccm/content/areas-of-practice/special-interest-sections/computer-science/table-manager/>

[2] **McCarthy**, David G. and Olivia S. **Mitchell**. 2001. "Estimating International Adverse Selection in Annuities". PRC Working Paper, 2001. Pension Research Council, Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia.

[3] Benjamin, B. – Pollard, J. H.: *The Analysis of Mortality and other Actuarial Statistics*, Oxford, 1993.

[4] Azbel, M.Y. Empirical laws of survival and evolution. Proc. Natl. Acad. Sci. 1999, 15368-15373.